

Zkouška z numerických metod

1. Je dána rovnice $x = g(x)$, $g(x) = (6 + x)^{1/2}$. Pevný bod je $\xi = (3,3)$. Znázorněte geometricky příslušný iterační proces $x^{k+1} = g(x^k)$, $x^0 = 5$. Bude tento iterační proces konvergovat?

5 bodů

2. Sestrojte posloupnost pro polynom

$$P(x) = x^3 - 2x^2 - 5$$

a ukažte, že tento polynom má 1 reálný kořen.

5 bodů

3. Newtonovou metodou upřesněte reálný kořen polynomu z předchozího příkladu. Zvolte vhodnou počáteční iteraci a vypočítejte jednu iteraci.

5 bodů

4. (a) Ukažte, že pro soustavu

$$\begin{aligned} 6x_1 + 3x_2 &= 10 \\ 3x_1 + 5x_2 - x_3 &= 5 \\ -x_2 + 4x_3 &= -6 \end{aligned}$$

Gaussova-Seidelova iterační metoda konverguje. Zvolte počáteční aproximaci $x^0 = (1, 1, 1)^T$ a vypočítejte x^1

4 body

(b) Navrhněte vhodnou přímou metodu pro řešení této soustavy a popište, jak byste postupovali v tomto případě.

4 body

5. Popište Jacobiovu iterační metodu pro řešení soustavy $Ax = b$ a uveďte kritéria pro konvergenci.

4 body